

9.  $\therefore (\alpha \vee \alpha) \rightarrow \alpha$
10.  $\therefore (\alpha \vee \beta) \rightarrow (\beta \vee \alpha)$
11.  $\therefore (\alpha \wedge \neg\beta) \rightarrow \neg(\alpha \rightarrow \beta)$
12.  $\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma \therefore \alpha \rightarrow \gamma$
13.  $\neg\alpha \rightarrow \beta \therefore \alpha \vee \beta$
14.  $\alpha \rightarrow \beta \therefore \neg\alpha \vee \beta$
15.  $\neg(\alpha \rightarrow \beta) \therefore \alpha \wedge \neg\beta$
16.  $\alpha \rightarrow \neg\beta, \gamma \rightarrow \beta \therefore \neg(\alpha \wedge \gamma)$
17.  $\alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta \therefore \beta$
18.  $\neg(\alpha \wedge \neg\beta) \therefore \neg\alpha \vee \beta$
19.  $(\alpha \rightarrow \beta) \therefore ((\gamma \vee \alpha) \rightarrow (\gamma \vee \beta))$
20.  $\alpha \vee (\beta \vee \gamma) \therefore (\neg\alpha \wedge \neg\beta) \rightarrow (\gamma \vee \delta)$
21.  $\therefore (\alpha \leftrightarrow \beta) \leftrightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha))$
22.  $\alpha \vee \beta \therefore (\gamma \rightarrow \neg\beta) \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \neg\gamma)$
23.  $\neg(\alpha \leftrightarrow \beta) \therefore (\alpha \wedge \neg\beta) \vee (\neg\alpha \wedge \beta)$
24.  $\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma) \therefore \neg\beta \rightarrow \neg\alpha$
25.  $\alpha \rightarrow \beta \therefore \alpha \rightarrow (\beta \vee \gamma)$
26.  $\therefore \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
27.  $\therefore \alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$
28.  $\beta \rightarrow \alpha, \neg\alpha \rightarrow \gamma \therefore \neg\alpha \rightarrow \gamma$
29.  $\alpha \vee (\beta \vee \gamma), \neg\alpha \therefore \neg\beta \rightarrow (\gamma \vee \delta)$
30.  $\therefore \alpha \vee \neg\alpha$
32.  $\therefore (\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$
33.  $\alpha \vee \beta \therefore \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$
34.  $\neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta) \therefore \alpha \vee \beta$
35.  $(\alpha \wedge \neg\beta) \vee (\alpha \wedge \gamma), \neg\beta \rightarrow \neg\alpha \therefore \gamma$
36.  $\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma), \neg\beta \therefore \neg\alpha$
37.  $\alpha \rightarrow \neg\alpha, \gamma \rightarrow \alpha, \gamma \wedge \alpha \therefore \alpha$
38.  $\therefore \neg(\alpha \rightarrow \beta) \leftrightarrow (\alpha \wedge \neg\beta)$
39.  $\therefore \alpha \rightarrow (\beta \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta))$
40.  $(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \gamma \therefore \neg\gamma \rightarrow (\neg\alpha \vee \neg\beta)$

## REGLAS DERIVADAS

Deriva las reglas siguientes:

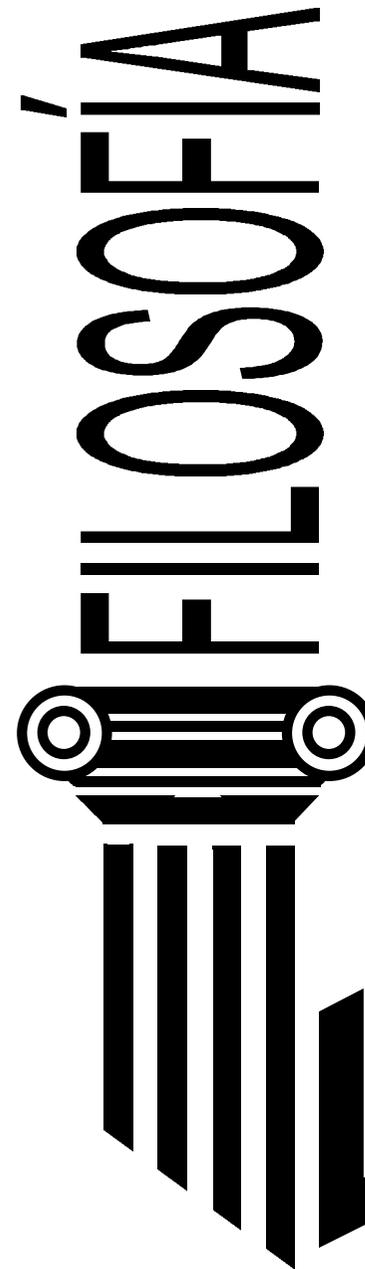
Nueva regla del condicionador negado

*Modus Ponendo Ponens*

*Modus Tollendo Tollens*

Silogismo disyuntivo

Dilema



**Antonio Montesinos**  
**IES La Torreta — Elche**

## USOS DEL LENGUAJE

Señala a qué discurso pertenece cada una de las oraciones siguientes:

¿Qué hora es?  
 Honrarás a tu padre y a tu madre.  
 ¡Cuerpo a tierra!  
 Galileo es una luna de Júpiter.  
 ¡Ojalá lloviese!  
 La lambada es fantástica.  
 Mentir está muy feo.  
 ¿Quieres ponerte a estudiar de una vez?  
 Le acompaño en el sentimiento.  
 ¿Estudias o trabajas?  
 La música de banda es fabulosa.  
 Eres más feo que pegar a un padre.  
 Los profesores merecen respeto.  
 No hay ni una nube.  
 No hay que escupir en el suelo.  
 La Capilla de la Comunión es muy hermosa.

Di si las siguientes afirmaciones son ciertas y razónalo.

Discurso es el uso efectivo del lenguaje.

Lenguaje es el repertorio de signos y reglas que podemos usar para comunicarnos.

Las ciencias utilizan el discurso prescriptivo.

Nuestro lenguaje es perfecto para cualquier propósito.

Antiguamente los hombres se pusieron de acuerdo y crearon el lenguaje.

Una expresión ambigua puede querer decir más de una cosa.

Unos idiomas son mejores que otros.

$$(a \wedge b) \leftrightarrow (b \vee a)$$

$$\neg(a \vee b) \leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b)$$

$$\neg(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg a \vee \neg b)$$

$$[(a \wedge b) \rightarrow (b \wedge a)] \leftrightarrow a$$

$$(a \vee g) \wedge (a \leftrightarrow b)$$

$$(a \vee g) \leftrightarrow (g \vee b)$$

$$(a \rightarrow b) \wedge (g \leftrightarrow \neg a)$$

$$(\neg a \leftrightarrow \neg b) \vee (g \rightarrow b)$$

$$[(a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow g)] \rightarrow (a \rightarrow g)$$

$$(b \rightarrow g) \vee (a \wedge g)$$

$$(a \wedge b) \leftrightarrow (g \rightarrow \neg d)$$

## SINTAXIS Y SEMÁNTICA

Dibuja el circuito de canales correspondiente a .

¿Cómo sería la puerta lógica correspondiente al condicional?

¿Y la del bicondicional?

## SINTAXIS DE UN FORMALISMO

Señalad cuáles de las siguientes filas de signos son fórmulas y cuáles no lo son.

1.  $(\alpha \neg\beta)$
2.  $\alpha \leftrightarrow \neg\beta$
3.  $((\alpha \vee \beta) \wedge ((\alpha \rightarrow \gamma) \wedge (\beta \rightarrow \gamma)))$
4.  $\neg\neg\neg\neg\delta$
5.  $\beta \vee \neg(\gamma \rightarrow \delta)$

## DEDUCCIONES

Construye los árboles correspondientes a las siguientes deducciones o demostraciones:

1.  $\therefore \alpha \rightarrow \alpha$
2.  $\therefore (\neg\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$
3.  $\alpha \vee (\beta \vee \gamma), \neg\alpha, \neg\beta \therefore \gamma \vee \delta$
4.  $\therefore \alpha \rightarrow (\alpha \vee \beta)$
5.  $\alpha \rightarrow \beta \therefore (\alpha \wedge \gamma) \rightarrow \beta$
6.  $\alpha \vee \beta, \gamma \rightarrow \neg\beta \therefore \neg\alpha \rightarrow \neg\gamma$
7.  $\therefore (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\gamma \vee \alpha) \rightarrow (\gamma \vee \beta))$
8.  $\alpha \therefore \beta \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta)$

## EL BICONDICIONADOR

Sean

$\alpha$  = 'Barcelona se encuentra al sur de París';

$\beta$  = 'Londres está al norte de París';

$\gamma$  = 'Oslo está situada más al norte que Londres';

$\delta$  = 'Argel se halla más al norte que Oslo'.

Determina los valores de verdad de las fórmulas siguientes:

$$\begin{aligned} & \mathbf{a} \leftrightarrow (\neg \mathbf{b} \vee \mathbf{g}) \\ & (\mathbf{a} \leftrightarrow \neg \mathbf{g}) \leftrightarrow (\mathbf{g} \rightarrow \mathbf{b}) \\ & (\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) \leftrightarrow (\mathbf{g} \wedge \neg \mathbf{d}) \\ & (\mathbf{a} \leftrightarrow \mathbf{b}) \rightarrow (\mathbf{d} \leftrightarrow \mathbf{g}) \\ & (\mathbf{a} \rightarrow \neg \mathbf{b}) \rightarrow (\mathbf{d} \leftrightarrow \mathbf{g}) \\ & \mathbf{a} \rightarrow (\mathbf{b} \leftrightarrow (\mathbf{g} \rightarrow \mathbf{d})) \end{aligned}$$

Si  $\mathbf{a} \leftrightarrow \mathbf{b}$  es verdadera, ¿qué puede decirse sobre el valor de verdad de  $\mathbf{a} \vee \neg \mathbf{b}$

Busca tres ejemplos de enunciados verdaderos que tengan forma bicondicional. (Pista: piensa en teoremas matemáticos.)

## TABLAS DE VERDAD

Calcula las tablas de verdad completas de las fórmulas siguientes:

$$\begin{aligned} & \neg[(\mathbf{a} \vee \mathbf{b}) \wedge \mathbf{a}] \rightarrow \neg \mathbf{b} & \mathbf{a} \leftrightarrow (\mathbf{a} \vee \mathbf{a}) \\ & \neg[(\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) \rightarrow \mathbf{a}] & (\mathbf{a} \vee \mathbf{a}) \leftrightarrow (\mathbf{b} \vee \mathbf{a}) \\ & [(\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) \rightarrow (\mathbf{g} \wedge \neg \mathbf{g})] \rightarrow (\neg \mathbf{a} \vee \neg \mathbf{b}) & \neg[\mathbf{a} \rightarrow (\mathbf{a} \vee \mathbf{b})] \end{aligned}$$

## LA LÓGICA COMO CIENCIA

Señala cuáles de los siguientes enunciados son lógicamente verdaderos y cuáles son empíricamente (observacionalmente) verdaderos:

No hay perros voladores.

Si mi casa es más alta que la tuya entonces la tuya es más baja que la mía.

Todo lo que sube debe bajar.

No todos los tranvías llevan trole.

Salta o no salta.

Los elefantes rosas no existen.

La suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

Es imposible que sea grande y pequeña al mismo tiempo.

Donde hay patrón no manda marinero.

Donde las dan las toman.

Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas y cuáles no. Razona las respuestas.

Una cosa es la lógica simbólica y otra la lógica matemática.

Para hacer un razonamiento debes llevar razón.

En una inferencia inductiva no hay necesidad, sólo probabilidad.

La forma de un enunciado es independiente de su verdad.

En el fondo las matemáticas son lógica.

Escribe tres parejas de enunciado. Los miembros de cada pareja deben compartir su forma lógica y cada pareja debe tener una forma lógica diferente de las otras dos.

Pon un ejemplo de argumento deductivo y otro de argumento inductivo.

## PARADOJAS

Indica cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos y cuáles falsos.

María tiene cinco letras.

El nombre de María tiene cinco letras.

María es una chica.

'María' es un nombre de mujer.

'María' es trisílaba.

María es el nombre de 'María'.

'María' es el nombre de María.

'María' no tiene nombre.

"María" es el nombre de 'María'.

El nombre de 'María' tiene siete signos de largo.

En el capítulo LI de la segunda parte del Quijote se expone una paradoja. Resúmela e intenta resolverla.

Una versión más divertida de la paradoja de la teoría de conjuntos es la que nos habla de un pueblo muy lejano en el que habla de un pueblo muy lejano en el que había un barbero que afeitaba a todos aquellos que no se afeitaban a sí mismos y solamente a ellos. ¿Quién afeitaba al barbero?

## EXPRESIONES CONDICIONALES

Suponiendo que  $\alpha$  y  $\beta$  son verdaderos y que  $\gamma$  y  $\delta$  son falsos ¿cómo son los enunciados siguientes?

$$\begin{aligned} &g \rightarrow (g \rightarrow d) \\ &(g \rightarrow g) \rightarrow g \\ &((a \wedge g) \rightarrow d) \rightarrow (a \rightarrow (b \rightarrow g)) \\ &(g \rightarrow (g \rightarrow d)) \rightarrow ((g \rightarrow g) \rightarrow g) \\ &((g \rightarrow d) \rightarrow g) \rightarrow g \end{aligned}$$

Formaliza los siguientes enunciados:

Si James es elegido presidente, entonces o Williams es elegido vicepresidente o Francis es el tesorero.

Rodolfo lleva a Rosario al cine solamente si Eulalia se enfada con él.

Basta que se encuentre con ella para que se le trabe la lengua.

No es imprescindible que vengas para que nos lo pasemos bien.

Si hace buen tiempo y me queda dinero te llevaré a la feria o al zoológico.

Pienso, luego existo.

Salvo que me aceptes no seré feliz.

Lo conseguiremos siempre que permanezcamos unidos.

Cuando canta se rompen los cristales y se pone a llover.

Te llevaré en coche si acabo lo que estoy haciendo o se pone a llover.

## EL DISYUNTOR

Formaliza los enunciados siguientes:

O te callas o me enfado.

O nos vamos a Venecia o bien me quedo en casa y no me veis el pelo.

No es verdad que tenga que ser una cosa o la otra.

O disminuyen los impuestos y se reactiva la economía o aumentará el paro y no se podrá reducir la deuda externa.

O bien Ruiz vino, y no es el caso que Gómez se quedó y García no se fue, o bien García se fue.

Suponiendo que  $a$  y  $b$  son verdaderas y que  $g$  y  $d$  son falsas, determinar cuáles de estas fórmulas son verdaderas o falsas:

$$\neg a \vee \neg b$$

$$\neg b \wedge \neg d$$

$$\neg(\neg(\neg(a \wedge \neg g) \wedge \neg a) \wedge \neg g)$$

$$(g \vee (a \wedge d)) \vee \neg((g \vee a) \wedge (a \vee d))$$

## ENUNCIADOS SIMPLES Y COMPUESTOS

1- Escribe cinco ejemplos de enunciado atómico.

2- Escribe cinco ejemplos de enunciado molecular.

3- ¿Cuántas variables de enunciado hay?

4- ¿Por qué en el texto hay ocasiones en las que las variables de enunciado aparecen entre comillas?

5- Pon un ejemplo de una oración simple que sea un enunciado molecular.

6- Fijate en estas tres oraciones:

a) Tengo una pluma    b) Tinc una ploma    c) I have got a pen

¿Cuántos enunciados distintos hay en a), b) y c)?

7- Em matemáticas seguro que has tratado con variables que representan números. ¿Recuerdas algún otro tipo de variables que hayas usado?

8- ¿Cómo simbolizarías "Eres lo más bonito que existe"?

9- Si te pidieran que simbolizases el enunciado "Como me pregunte el de historia estoy hundido". ¿Por qué no podrías hacerlo? (Suponiendo que sólo sepas de lógica lo que hemos visto hasta ahora.)

10- ¿De qué palabra se deriva el término "fórmula"?

## EL NEGADOR

Da tres ejemplos distintos de forma de oración que se formalizarían con un negador.

¿Cómo harías para negar un enunciado como "SEAT y Talbot tuvieron pérdidas el año pasado", que es compuesto?

¿Qué pasa si negamos dos veces un enunciado (ej. "No es verdad que Agustín no te haya faltado")? ¿Es idéntico al enunciado negado?

Formaliza los siguientes enunciados:

- a- Juan no viene.
- b- No es cierto que Juan venga.
- c- Es verdad que Juan no viene.
- d- Es falso que Juan venga.
- e- Es verdad que es falso que Juan venga.

¿Cómo simbolizarías "No és veritat que tampoc no ho haja dit"?

## EL CONYUNTOR

Formaliza los siguientes enunciados:

El pasodoble y el vals están pasados de moda.

El Murcia consiguió subir pero el Elche no.

Seguro que ambos no vendrán.

Ni la OTAN ni el Pacto de Varsovia eran sociedades filantrópicas.

Torrellano y L'Altet son pedanías de Elche, pero Santa Pola no.

No lo ví aunque tu digas que sí.

Detrás de los cristales llueve y llueve.

Al subir al estrado olvidé el discurso que había preparado.

D'Elx, la Mare de Déu i els dèneu.

En Sant Joan la malvasia;  
en Monòver, aiguarent;  
en Elx, mangranes i palmes,  
i en tots puestos almetlers.

Consigo aprenderlo pero no comprenderlo.

Es imposible que trabajes y no cobres.

Canta y baila, aunque las canciones no son tuyas.

No es cierto que hable inglés y alemán, pero sí inglés y francés, aunque no italiano.