RESUMEN DE LAS TABLAS DE VERDAD

• La negación de un enunciado es falsa si el enunciado es verdadero y verdadera si el enunciado es falso.
• La conjunción de dos enunciados es verdadera si los dos enunciados componentes son verdaderos y falsa en caso contrario.
• La disyunción de dos enunciados es falsa si los dos enunciados componentes son falsos y verdadera en caso contrario.
• Una expresión condicional es falsa si su antecedente es verdadero y su consecuente falso y verdadera en caso contrario; o también: para que un condicional sea verdadero basta con que su antecedente sea falso o que su consecuente sea verdadero.
• Un bicondicional es cierto si los valores de verdad de sus componentes son iguales entre sí y falso si son diferentes.

FILOSOFÍA

Lógica I

Antonio Montesinos
IES La Torreta — Elche

USOS DEL LENGUAJE

En su evolución, la especie humana ha desarrollado un mecanismo adaptativo que le ha ayudado a sobrevivir: el lenguaje. El lenguaje humano es un instrumento de comunicación social único en la naturaleza. Gracias a él, el hombre, individualmente inferior a muchos animales en cuanto a capacidad de supervivencia en un medio dado, ha conseguido ser la especie dominante en el mundo. El cerebro del hombre, su inteligencia, su capacidad de abstracción y de progreso cultural son inseparables del desarrollo del lenguaje e impensables sin él.

Desde nuestro interés presente, podemos hablar del hombre como de un ser que hace cosas con el lenguaje. en efecto, el lenguaje está presente en todas las actividades de nuestra vida, nos servimos de él para describir la naturaleza, para comunicar nuestras emociones, para indagar las opiniones morales de los demás, para amar, para conseguir que las otras personas hagan lo que nosotros queremos y para una infinidad de cosas más. Podemos, pues, hablar de ***usos del lenguaje***, es decir, de aplicaciones que el lenguaje tiene. A la porción de lenguaje que empleamos en un uso determinado la denominamos ***discurso***. Hablaremos, pues, de discurso descriptivo cuando queramos referirnos al lenguaje usado para decir cómo son (o no son) las cosas. De discurso estético cuando hablamos del lenguaje al usarlo para expresar lo que nos resulta bello o feo. Hay tantos discursos como cosas diferentes podemos hacer con el lenguaje. El lenguaje es uno, sólo una gramática y un diccionario, pero sirve para que hagamos con él muchas cosas, y al hacer una de éstas estamos usando determinado discurso de ese único lenguaje (el que hablemos en ese momento).

Los diferentes lenguajes no tienen porqué estar desligados unos de otros y muchos se encuentran jerarquizados. Por ejemplo, el discurso estético, antes mencionado, se integra dentro del discurso valorativo, que incluye también el discurso moral, pongamos por caso. Dada la enorme riqueza de

Se ha podido comprobar que calcular tablas de verdad es una tarea meramente mecánica una vez que hemos entendido bien cuál es la estructura de la fórmula. Antes de pasar a los ejercicios conviene aprender el recuadro que viene a continuación. que es un resumen de las tablas de verdad.

Como se trata de una expresión conjuntiva debemos recurrir a la tabla de verdad del conyuntor.

β	γ	$\beta\wedge\gamma$
V	V	V
V	V	V
F	V	F
F	V	F
V	F	F
V	F	F
F	F	F
F	F	F

Al conocer ya las tablas de verdad tanto del antecedente como del consecuente podemos calcular ya la tabla de verdad del condicional.

$\alpha\vee\beta$	$\beta\wedge\gamma$	$(\alpha\vee\beta)\rightarrow(\beta\wedge\gamma)$
V	V	V
V	V	V
V	F	F
F	F	V
V	F	F
V	F	F
V	F	F
F	F	V

Ahora ya tenemos resuelta la tabla de verdad del ejemplo que proponíamos al principio. Podemos presentarla así, para que en una misma tabla esté presente toda la información relevante:

α	β	γ	$\alpha\vee\beta$	$\beta\wedge\gamma$	$(\alpha\vee\beta)\rightarrow(\beta\wedge\gamma)$
V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	F	F
F	F	V	F	F	V
V	V	F	V	F	F
F	V	F	V	F	F
V	F	F	V	F	F
F	F	F	F	F	V

posibilidades que ofrece el lenguaje, intentar hacer una clasificación exhaustiva de sus discursos es una tarea absurda por imposible. En cualquier caso, casi ningún día dejamos de usar los siguientes:

1- Descriptivo, explicativo o declarativo para decir cómo son las cosas. Se llama también apofántico.

2- Prescriptivo, cuando se usa para guiar la conducta humana. A este pertenecen:

a) imperativo (órdenes),

b) valorativo, decimos lo que nos parece bueno (discurso ético) o bello (discurso estético).

c) normativo (o deóntico), cuando establecemos normas de conducta.

3- Emotivo, formado por frases exclamativas o que expresan deseos (discurso desiderativo).

4- Interrogativo, cuando hacemos preguntas.

Todas las cosas que hacemos con el lenguaje tenemos que hacerlas con unos recursos limitados. En efecto, el ser humano tiene una capacidad limitada a la hora de manejar información, sus aparatos fonadores le permiten una gama limitada de fonemas diferenciables por el oído, etc. Por todo ello, nuestro lenguaje cuenta con un vocabulario limitado, y con unas mismas estructuras morfosintácticas que empleamos en ocasiones diferentes. Nuestro lenguaje es como una herramienta multiuso que suple a varias de éstas. Por eso nuestro lenguaje es ambiguo y a veces una frase tiene más de una interpretación ("Nada más soltar Fidel a la cabra, se cayó", ¿quién se cayó, Fidel o la cabra?). También pasa que necesitamos usar una palabra con más de un significado (una muleta la usa quien se ha roto una pierna y también un torero que tiene las suyas en perfectas condiciones). Nuestro lenguaje, como nuestras manos, es un instrumento extraordinariamente versátil, pero que deja muchas cosas que desear en algunas aplicaciones concreas. Una llave inglesa sólo sirve para apretar y aflojar tuercas, pero no las aprieta muy bien. Con el lenguaje sucede lo mismo, nos tiene que servir para tantas cosas que, a veces, al intentar hacer con él una cosa específica nos plantea inconvenientes. Por eso nuestro lenguaje está en continua expansión, para ir adaptándose a las nuevas cosas que necesitamos de él. Sirvan como ejemplos los discursos técnicos especializados, como el de las matemáticas o la incesante incorporación de nuevos términos por parte de las distintas ciencias (¿cuánto tiempo hace que 'encanto' se refiere a una propiedad de las partículas subatómicas?). En general, las ciencias no sólo amplían nuestro conocimiento, sino también nuestro lenguaje.

La ciencia que vamos a estudiar se llama ***lógica*** y estudia algunas de las cosas que hacemos con el lenguaje. Nos ocuparemos únicamente del discurso descriptivo. Este discurso se caracteriza, por lo que a nosotros nos interesa, porque es el único en el que las oraciones pueden ser verdaderas o falsas. Una interrogación o una exclamación no es ni verdad ni mentira. Las oraciones que expresan opiniones morales o gustos no son tampoco verdaderas ni falsas. Como las oraciones del discurso descriptivo son las únicas que tienen esta propiedad de ser verdaderas o falsas, podemos darles un nombre particular. Así, cuando hablemos de ***enunciados*** nos referiremos a oraciones que pueden ser verdaderas o falsas.

errores) todas las combinaciones posibles de valores de verdad de las variables es la que sigue: en la primera variable alternamos los valores V y F de uno en uno (2^0), en la segunda variable de dos en dos (2^1), en la tercera de cuatro en cuatro (2^2), etc. Así, podemos empezar la tabla de verdad de nuestro ejemplo con las combinaciones de valores de las tres variables que forman parte de ella.

α	β	γ
V	V	V
F	V	V
V	F	V
F	F	V
V	V	F
F	V	F
V	F	F
F	F	F

Ahora ya estamos en condiciones de poder calcular la tabla de las fórmulas que forman el antecedente y el consecuente de nuestro ejemplo. Hagamos primero la del antecedente, para lo cual debemos tener presente la tabla de verdad del disyuntor, ya que se trata de una fórmula de este tipo.

α	β	$\alpha \vee \beta$
V	V	V
F	V	V
V	F	V
F	F	F
V	V	V
F	V	V
V	F	V
F	F	F

Ya hemos calculado la tabla de verdad del antecedente (fijaos que no hemos tenido que hacer otra cosa que copiar dos veces la tabla de verdad del disyuntor). Pasemos ahora a calcular la tabla de verdad del consecuente.

TABLAS DE VERDAD

Hasta ahora hemos calculado valores de verdad de enunciados compuestos sólo para algunos valores de verdad de las variables intervinientes. Pero al igual que las tablas de verdad de los conectores muestran como resulta el enunciado compuesto en todas las circunstancias posibles, es decir, para todas las combinaciones posibles de valores de las variables, podemos calcular la tabla de verdad de cualquier enunciado molecular, es decir, podemos calcular sus valores de verdad en cualquier circunstancia posible.

Vamos a ver un ejemplo. Sea la fórmula $(\alpha \lor \beta) \rightarrow (\beta \land \gamma)$. La primera cosa de la que nos debemos ocupar es de comprender cuál es la estructura de la fórmula. En el ejemplo que estamos tratando, la fórmula es una expresión condicional cuyo antecedente es una disyunción y su consecuente es una conjunción. Si queremos saber los valores de verdad de una expresión condicional debemos saber primero cuáles son los de su antecedente y su consecuente. Por lo tanto debemos calcular los valores de la disyunción antecedente y de la conjunción consecuente. Pero antes debemos responder a una cuestión previa, que podemos formular así: Ya que vamos a calcular todos los valores posibles de una fórmula, ¿cuantos valores posibles tiene la fórmula sobre la que estamos trabajando? La respuesta es sencilla. Habrá tantos valores posibles como combinaciones existan de los valores de las variables que integran la fórmula. Dicho de otra manera, el número de valores posibles depende del número de variables distintas que existan en la fórmula. Cada variable nueva duplica el número de valores pues esa variable puede ser verdadera o falsa en cada una de las combinaciones anteriores. El número de valores posible (y de filas que debe tener nuestra tabla de verdad) será pues la potencia enésima de 2, siendo n el número de variables distintas que haya en la fórmula.

Una manera práctica de obtener de una manera cómoda (y evitando

LA LÓGICA COMO CIENCIA

Con el lenguaje corriente podemos decir una misma cosa de varias maneras, por ejemplo, "Elías construye un patíbulo" y "Elías está construyendo un patíbulo" describen una misma realidad. Una frase en forma activa y su correspondiente en forma pasiva dicen lo mismo y se trata de una cuestión de estilo usar una o la otra. (Algunos lingüistas se refieren a esto diciendo que ambas frases tienen la misma estructura profunda pero diferente estructura superficial). Cuando estudiamos la gramática de una lengua nos fijamos en la forma que tienen sus oraciones y no atendemos a su contenido. Por eso podemos clasificar las oraciones en simples y compuestas, coordinadas y subordinadas, etc. No por lo que cada una dice, sino por la forma que presentan.

La lógica también estudia aspectos formales del lenguaje. Estudia la llamada forma lógica del lenguaje. Tienen la misma forma lógica enunciados como "Romina y Gonzalvo visitaron la párroco de Santa Coloma" y Marte gira alrededor del Sol y la Tierra también" o "Si se me hinchan las narices soy terrible" y "Es todo un espectáculo cuando ha bebido de más". En las primeras dos oraciones se nos dice que pasan dos cosas a la vez (que Romina visitó al párroco de Santa Coloma y que Gonzalvo también lo hizo y que la Tierra y Marte giran los dos alrededor del Sol. La clave está en la conjunción "y"). En las otras dos se nos dice que un acontecimiento depende de otro (que yo sea terrible depende de que se me hinchen las narices y que alguien monte un "show" depende de lo que haya bebido. Las partículas "si" y "cuando" nos dan la pista). La lógica estudia la forma lógica de las oraciones.

Además de por sí misma, la forma lógica interesa a la lógica, entre otras cosas, porque hay enunciados verdaderos en función de la forma que tienen (verdades lógicas), p. ej.: "Todos los perros voladores son perros". También porque podemos sacar unos enunciados como consecuencia de otros en función de sus formas; p. ej.: si es cierto que "Todas las estrellas están calientes" necesariamente será cierto también que "Sirio está caliente", pero no al revés. Cuando extraemos consecuencias o conclusiones de unos enunciados decimos que estamos haciendo razonamientos o inferencias. Un razonamiento o una inferencia es un proceso por el que a partir de unos enunciados llegamos a otros. Desde la lógica nos interesa si es válida la forma de los razonamientos.

La inferencia puede ser inductiva o deductiva. Según la definición tradicional, la deducción va de lo más general a lo menos general y la inducción de lo menos general a lo más general. Para nosotros, lo importante a la hora de distinguir entre deducción e inducción será, por el contrario, que los argumentos deductivos deben ser formalmente (necesariamente) válidos, mientras que los razonamientos inductivos son sólo probables. Nosotros estudiaremos las formas de razonamiento deductivo entre enunciados, es decir, nos moveremos dentro del discurso descriptivo únicamente.

Como el lenguaje natural no es suficientemente exacto a la hora de expresar un pensamiento riguroso, desde épocas pasadas los lógicos han sentido la necesidad de contar con unos instrumentos simbólicos que les permitieran mayores facilidades que el lenguaje corriente. Además, algunos estudiosos concibieron la idea de construir un sistema de cálculo que permitiera pasar automáticamente de unas verdades a otras. El mallorquín Raimon Llull fue el precursor de esta idea, ya que en su "Ars Magna" pretendió hacer un cálculo universal de verdad. Leibniz (filósofo y matemático, coinventor del cálculo diferencial) tuvo también los mismos propósitos, pero hasta los grandes desarrollos de la matemática a partir de mediados del siglo XIX (Cantor, sobre todo) no tuvo visos de realidad la realización de este ideal de cálculo perfecto, el Ideal algorítmico. Se tomó conciencia del estrecho paralelismo existente entre la lógica y la matemática y se pensó que un simbolismo como el de la matemática podría servir para la lógica(p. ej.: Boole). De aquí viene que a la lógica desarrollada a partir de entonces se la denomine, a veces, para distinguirla de la lógica tradicional, lógica simbólica o lógica matemática.

Examinemos un ejemplo para averiguarlo. Supongamos el enunciado

3) Aprobaréis si y sólo si estudiáis.

Es fácil darse cuenta de que si 3) tiene que ser cierto aprobarán aquellos alumnos que estudien y no aprobarán aquellos otros que no estudien. En términos un poco más técnicos, para que un enunciado bicondicional sea cierto deben coincidir los valores de verdad de su antecedente y de su consecuente. De este modo, la tabla de verdad del bicondicionador queda así:

TABLA DE VERDAD DEL BICONDICIONADOR

a	b	$a \leftrightarrow b$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	V

A diferencia del condicionador, pero al igual que el disyuntor y que el conyuntor, el bicondicionador es simétrico, es decir, su tabla de verdad no se ve alterada si intercambiamos el orden de los dos enunciados que lo forman. En consecuencia, si el antecedente se condición necesaria y suficiente del consecuente, éste, a su vez, es también condición necesaria y suficiente del antecedente.

EL BICONDICIONADOR

Cuando hablábamos sobre el condicionador veíamos como éste equivale a estas dos expresiones:

1) si entonces

2) solamente si

y para formalizar una oración como "Sólo si me pagas te daré las butifarras" debíamos hacerlo como sigue. Supongamos que simbolizamos el enunciado "Me pagas" como y el enunciado "Te daré las butifarras" como . El enunciado quedaría formalizado como (obsérvese que se ha cambiado el orden de los enunciados).

De modo semejante, si se nos propusiese simbolizar un enunciado como "Si acierto la primitiva me iré quince días a París y sólo iré si me toca" lo haríamos sin mayores problemas escribiendo:

$$(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$$

(en el supuesto de que α simbolice "acertar la primitiva" y β "ir a París").

El ejemplo del párrafo anterior nos indica que un enunciado puede ser a la vez condición necesaria y suficiente de otro (por eso intercambiábamos antecedente y consecuente). Aunque podamos simbolizarlo como hacíamos antes lo haremos mediante el uso de un nuevo conector, el bicondicionador, que significa exactamente eso, "si y solamente si" (aunque también puede expresarse en el lenguaje corriente con giros como "es lo mismo que", "equivale a " y otros). Este conector, llamado también a veces equivalencia lógica, tiene como símbolo '$\leftrightarrow$', que refleja muy bien (al igual que su nombre) el hecho de que el bicondicionador equivale a dos condicionadores, uno de ida y otro de vuelta.

¿Cuando es verdadera y cuándo es falsa una expresión bicondicional?

A finales del siglo XIX, Frege y Russell dieron un gran impulso a la lógica al tratar de fundamentar en ella las matemáticas. Los principios básicos de la matemática serían lógicos. No es de extrañar que la obra que consagra definitivamente a la lógica moderna se llame precisamente "Principia Mathematica". Sus autores, Russell y Whitehead, mostraron en ella cómo podía escribirse la matemática en el lenguaje de la lógica. Desde entonces su desarrollo ha sido constante.

La lógica es una ciencia como las matemáticas, o sea, una ciencia formal. En las ciencias formales la verdad no depende de cómo son las cosas en el mundo empírico (observable). Por ejemplo, la física, que es una ciencia empírica, está compuesta por enunciados que nos describen cómo es el mundo de hecho. El mondo es como es, pero podría haber sido de otra manera. La verdad de la física no es una verdad necesaria. En cambio, el teorema de Pitágoras, por ejemplo, es necesariamente verdadero (no podría haber sido de otra manera). La verdad formal, la verdad de las ciencias formales es una verdad necesaria, mientras que la verdad empírica es contingente (no necesaria).

RESEÑAS BIOGRÁFICAS

Raimon LLULL. (aprox. 1232-1316)

Filósofo mallorquín. Educado como un rico mayordomo de su época llegó a casarse y tener dos hijos. Cuando tenía unos treinta años sufrió una crisis espiritual que le condujo a abandonar a su familia y a sus riquezas haciéndose franciscano. El principal enemigo del cristianismo era el Islam y Llull decidió dedicar su vida a la conversión de los musulmanes y a la búsqueda del martirio. Estudió árabe durante nueve años (sus obras en esa lengua se han perdido) y hacia 1274 tuvo una "iluminación divina" que le mostró los principios sobre los que debía basar su filosofía; filosofía que estuvo siempre, en última instancia, destinada a la conversión de los infieles. Por inspiración suya, el rey Jaime II de Aragón creó en Miramar (Mallorca) un monasterio donde los franciscanos podían estudiar árabe y el Ars combinatoria de Llull como preparación previa a partir como misioneros. Su vida fue de una actividad incansable: fue varias veces al norte de África (donde estuvo a punto de perder la vida en más de una ocasión) apredicar el cristianismo a los musulmanes; enseñó en Miramar, Montpellier, Perpiñán, París y Nápoles; intentó convencer a sucesivos Papas para que se organizase una cruzada para reconquistar Tierra Santa y para que se creasen colegios de misioneros al estilo del de Miramar y escribió cerca de trescientas obras de las que se conservan unas doscientas cuarenta.

Escribió en catalán, latín y árabe, siendo el primer escritor en utilizar una lengua neolatina en obras filosóficas, convirtiendo así el catalán en la primera lengua romance usada en filosofía.

Ars Combinatoria. Según Llull, en la medida en que puede ser conocido, Dios consta de una serie de atributos divinos llamados "Dignidades". Estas Dignidades son los principales atributos del Arte de Llull. Dios tiene a estas dignidades como instrumentos de su actividad creadora, pues son causas y modelos de todas las perfecciones creadas. La esencia del Ars Combinatoria es la reducción de todas las cosas a las Dignidades, que constituyen los principios, tanto del conocimiento como del Ser. A la luz de las Dignidades (Bondad, Grandeza, Eternidad, Poder, Sabiduría, Voluntad, Virtud, Verdad y Gloria) se comparan unos seres con otros por medio de predicados como diferencia, acuerdo, contrariedad, principio, medio, fin, mayor, igual y menor. Las Dignidades y las relaciones forman los principios comunes a todas las ciencias. Llull combinaba tales principios en unas figuras circulares que presuntamente permitían obtener automáticamente el conocimiento.

Armados con este conocimiento, los misioneros partían a convencer a los infieles de la verdad del cristianismo.

Gottfried Wilhelm LEIBNIZ. (1646-1716)

Alemán. Filósofo, científico, matemático, historiador y diplomático. Fue muy precoz y a los quince años ya dominaba las lenguas clásicas y la filosofía. Alcanzó una cultura amplísima, pasando por ser el último hombre en dominar todo el saber de su época. A lo largo de su vida estuvo al servicio de diversos príncipes para los que desarrolló tareas diplomáticas y de los que recibió encargos de tipo histórico y científico. Su actividad intelectual fue muy intensa, siendo uno de los máximos representantes de la filosofía racionalista, formulando (al mismo tiempo que Newton) una versión del cálculo infinitesimal que sería la que a la larga se impondría. Asimismo fundó la Academia de las Ciencias de Berlín en 1700, siguiendo el modelo de las de París y Londres. Construyó también una máquina de calcular que permitía multiplicar y dividir.

Su interés por la lógica fue muy temprano. Su interés principal recayó sobre la clasificación, entendiendo la deducción como una consecuencia natural de la combinación en nuevas clases de elementos clasificados. Leibniz pensaba que los enunciados que versan sobre cosas complejas pueden deri-

Por último un comentario sobre el uso de la expresión 'solamente si' (o sus equivalente 'sólo si', 'nada más cuando', etc.) para evitar errores muy comunes. No debemos confundir 'solamente si' con 'si'. Tomemos la oración "Catalina come solamente si le gusta la comida". Este enunciado es equivalente a "Si Catalina come es que le gusta la comida", pero no es equivalente a "Si le gusta la comida entonces Catalina come" ya que puede que esté a dieta, inapetente o enferma, y que a pesar de gustarle la comida no la consuma. Este otro ejemplo acabará de aclarar la cuestión:

4) Un número es par solamente si es un número entero.

4) es verdadero, como lo es su equivalente "Si un número es par entonces es un número entero", pero en cambio "Si un número es entero entonces es par" es un enunciado falso.

Como resumen final, una lista de expresiones del lenguaje corriente que la lógica representa como $\alpha \rightarrow \beta$:

Si α entonces β

α solamente si β

Cuando α entonces β

β si α

Para que β ,α

α luego β

α sólo si β

Basta α para β

Salvo que β, no α

α es condición suficiente de β

β es condición necesaria de α

de verdad, el condicionador, es preciso asignar valores de verdad a los enunciados compuestos incluso en estos casos raros, pues si no, la función de verdad no quedaría completamente definida.

Los lógicos consideran que una expresión condicional en la que el antecedente es falso es una expresión verdadera. Esta decisión nos obliga a considerar verdaderos enunciados como "Si los elefantes rosas tienen hábitos subterráneos, entonces tengo la selva delante de casas" (consecuente falso) o "Si los perros miopes llevaran gafas, los bomberos usarían casco" (consecuente verdadero), pero a cambio de apartarnos de esa manera tan descarada de los usos corrientes del lenguaje, podemos considerar verdaderos enunciados que a cualquier hablante se lo parecen, como, por ejemplo, los siguientes:

2) Si en Elche hay un millón de maridos, entonces hay un millón de esposas.

3) Si en Elche hay un millón de maridos, entonces es que hay menos maridos que en Brasil.

El consecuente de 2) es falso, ya que en Elche no hay un millón de esposas, mientras que el de 3) es verdadero, ya que en Brasil hay más maridos que en Elche, y en ambos casos, aun siendo falso el antecedente, el enunciado se nos aparece como verdadero. En consecuencia, la tabla de verdad del condicionador queda como sigue:

TABLA DE VERDAD DEL CONDICIONADOR

a	b	$a \to b$
V	V	V
F	V	V
V	F	F
F	F	V

varse a partir de los enunciados que tratan sobre sus componentes más elementales, por medio de un proceso análogo al de la multiplicación aritmética. Esta idea le condujo a intentar a lo largo de toda su vida el diseño de un alfabeto del pensamiento humano, intento que se fue convirtiendo en más y más irrealizable conforme más trabajaba sobre él. Leibniz creía que si el hombre pudiera descubrir los conceptos fundamentales concernientes a cualquier existencia posible, tendría a su alcance la derivación de todas las verdades posibles. Sentía una gran admiración por la obra de Raimon Llull, bien que despojada de sus implicaciones metafísicas y religiosas.

George BOOLE. (1815-1864)

Matemático y lógico inglés. De origen muy humilde (su padre era zapatero y matemático aficionado) llegó por su propio esfuerzo a conseguir una sólida formación matemática y a dar clase en la Universidad. Desarrolló la lógica de clases o álgebra de Boole y se percató de sus analogías con el álgebra ordinaria. Ello condujo a la utilización, por parte de los lógicos, de la simbología matemática. Creía que el paralelismo entre su cálculo de clases y el álgebra se debía a que estaban sometidos a una "lógica superior" que él identificaba con las "leyes del pensamiento".

Georg CANTOR. (1845-1918)

Matemático y lógico que creó la teoría de conjuntos, hoy en día una de las principales ramas de las matemáticas. De origen ruso (nació en San Petesburgo, hoy Leningrado), estudió matemáticas en Alemania, principalmente en Berlín. Fue profesor de matemáticas en la Universidad de Halle y murió sin ver cumplirse su sueño de tener una cátedra en Berlín.

Junto a la teoría de conjuntos su principal aportación a las matemáticas fue su fundamentación del concepto de número real.

La teoría de conjuntos permite la reconstrucción de las matemáticas sobre la base de unos pocos conceptos básicos: conjunto, elemento, pertenencia. A partir de ella, Cantor desarrolló teorías sobre los conjuntos infinitos, demostrando que no todos los conjuntos infinitos son iguales. Por ejemplo, hay la misma cantidad de números naturales (1, 2, 3, ...) que de números pares (2, 4, 6, ...) aunque los pares sean una parte de los naturales, pero no hay la misma cantidad de números naturales que de números reales, pues dados dos números reales cualesquiera siempre hay entre ellos una infinita cantidad de números.

Gottlob FREGE. (1848-1925)

Matemático, lógico y filósofo alemán. Pasó toda su vida en el departamento de matemáticas de la Universidad de Jena, contando sus clases con la asistencia de un número reducidísimo de alumnos. Sin embargo, hoy en día es unánimemente reconocido como el fundador de la moderna lógica matemática. Su introducción de la notación cuantificador-variable marca la frontera entre la lógica tradicional y la lógica tal como hoy se la conoce.

Fue contrario al psicologismo (tesis que sostenía que la explicación del significado de las palabras debía hacerse en términos de procesos mentales) mostrando su inutilidad para el desarrollo de la lógica.

Puede ponérsele como ejemplo de la honestidad intelectual que debería caracterizar al auténtico hombre de ciencia. Entregó buena parte de su vida a la elaboración de su obra principal Los Fundamentos de la Aritmética en la que intentaba reconstruir la matemática entera sobre bases lógicas. Cuando había ya publicado el primer volumen y el segundo se encontraba ya en la imprenta recibió una carta de uno de sus discípulos, B. Russell, en la que se demostraba que su obra daba lugar a contradicciones y paradojas. Podemos imaginarnos la amargura que debió sentir Frege al reconocer, en el segundo volumen de su libro que la obra de su vida no había tenido éxito. Hoy sabemos que no fue en vano.

Bertrand RUSSELL. (1872-1970)

Filósofo, lógico, matemático y pacifista británico. Miembro de una familia aristocrática, recibió una educación esmeradísima. Se graduó en matemáticas en la Universidad de Cambridge en la que llegó a Catedrático de Filosofía. Fue forzado a dimitir por sus actividades pacifistas y llegó incluso a estar en la cárcel en varias ocasiones por los mismos motivos. Se le concedió el premio Nobel de Literatura en 1950. En 1967 fundó el tribunal que lleva su nombre para investigar las atrocidades de la guerra y de las dictaduras. Junto con A. N. Whitehead escribió Principia Mathematica, obra cumbre de la lógica moderna, en la que se lleva a cabo una reconstrucción de las matemáticas sobre fundamentos lógicos, soslayando, mediante la "Teoría de los Tipos" las paradojas a las que daba lugar la obra de Frege.

Alfred North WHITEHEAD. (1861-1947)

Filósofo y matemático inglés. Dedicó sus esfuerzos en el campo de la lógica a la investigación de los fundamentos lógicos de las matemáticas, siendo coautor con Russell de Principia Mathematica.

hombre de palabra (o lo que es igual, que lo que había dicho, la expresión condicional, es verdadero.

El otro caso claro es aquél en el que el antecedente se cumple y el consecuente no. Si el antecedente es verdadero pero el consecuente no lo es, el enunciado de forma condicional es falso. ¿O es que acaso no llamaríamos embustero al señor del ejemplo anterior si al llegar Vicente no le dice lo que había dicho que le diría?

Pues ya tenemos resueltos dos de los cuatro casos de la tabla de verdad del condicionador, con lo cual ésta presenta el siguiente aspecto provisional:

TABLA DE VERDAD DEL CONDICIONADOR (Provisional)

a	b	$a \rightarrow b$
V	V	V
F	V	?
V	F	F
F	F	?

Los dos casos que quedan aún en suspenso son aquellos en los que sucede que el antecedente es falso. Estos casos son atípicos en el lenguaje ordinario. En efecto, si preguntamos a una persona razonable si el enunciado "Si los perros volasen los nísperos serían más dulces" es verdadero o falso nos contestaría, muy probablemente, (a no ser que supiera lógica) que nuestra cuestón no tenía sentido.

Para el lenguaje común los enunciados condicionales con el antecedente falso son enunciados absurdos de los que no cabe preguntarse si son verdad o mentira. Pero para nosotros, que estamos definiendo una función gamos por caso, el siguiente enunciado:

1) Cuando llegue a casa me quitaré estos zapatos.

No existe relación de causa y efecto entre que llegue a casa y que me quite los zapatos. La causa de que me los quite será que me aprietan o que se me ha introducido en ellos alguna piedrecita. Lo que el enunciado 1) expresa es que será suficiente que llegue a casa para quitármelos. Dicho de una manera más pedante: el antecedente es ***condición suficiente*** del consecuente. Otro ejemplo: "Si llueve entonces la calle se moja". Basta que llueva para que se moje la calle, pero no es necesario que llueva para que la calle se moje, pues podría reventarse una cañería o pasar el camión de riego, etc.

Si el antecedente es condición suficiente del consecuente, éste es, a su vez, ***condición necesaria*** del antecedente. Esto quiere decir que es preciso que el consecuente sea verdad para que el antecedente lo sea. Volviendo a los dos ejemplos anteriores, si 1) es verdad y yo llevo puestos los zapatos es que aún no he llegado a casa; y si es verdad que si llueve se moja la calle es necesario que la calle esté mojada para que haya llovido, es decir, si la calle está seca es que no ha llovido.

En resumen, la interpretación correcta de las expresiones condicionales es la que considera al antecedente condición suficiente del consecuente y a éste condición necesaria de aquél, sin que deba existir nexo causal entre ellos.

Pasemos ahora a considerar la tabla de verdad del condicionador. Dos de sus casos están claros. Cuando el antecedente es verdadero y el consecuente también lo es, está muy claro que la expresión condicional debe ser verdadera. Si alguien nos dice algo como "Si viene Vicente le diré cuatro frescas" y observamos a continuación que Vicente llega (el antecedente es verdadero) y que nuestro interlocutor le dice efectivamente cuatro frecas (el consecuente también es verdadero) diremos que nuestro hablante es un

PARADOJAS

Antes de comentar el papel que las paradojas que pueden plantearse en el lenguaje corriente, (y también dentro de teorías científicas), han desempeñado en el desarrollo de la lógica, es necesario que recordemos una cosa evidente: una cosa y su nombre son cosas diferentes. Todo el mundo sabe distinguirse a sí mismo de su propio nombre. Un nombre puede escribirse y una persona no. La cuestión deja de estar tan clara cuando hablamos de palabras o signos. Las palabras y los signos se refieren a cosas, pero, a veces, nos interesa también referirnos a los signos como si fuesen cosas. Para ilustrar hasta donde puede llegar el problema veamos una cita de "Alicia a través del espejo" de Lewis Carroll:

> "_Estás triste,_ dijo el Caballero con tono inquieto: _deja que te cante una canción para consolarte._
>
> _¿Es muy larga?_ preguntó Alicia, que había escuchado ya una buena cantidad de poesía ese día.
>
> _Es larga,_ dijo el Caballero, _pero es muy, pero que muy bonita. A quien me escucha cantarla, o le pone lágrimas en los ojos o si no..._
>
> _¿O si no qué?_ dijo Alicia, ya que el Caballero se había callado de repente.
>
> _O si no, no, ya sabes. El nombre de la canción se llama "Los ojos del abadejo"._
>
> _¡Oh! Así que ese es el nombre de la canción, ¿no?_ dijo Alicia, haciendo ver que estaba interesada.
>
> _No, no lo entiendes,_ dijo el Caballero, que parecía algo ofendido. _Así es como *se llama* el nombre. El nombre en realidad *es* "El requeteviejo"._
>
> _Entonces, ¿tendría que haber dicho que así es como se llama la *canción*?_ se corrigió Alicia.
>
> _Pues no. ¡Eso es algo muy diferente! La *canción* se llama "Modos y medios", ¡pero eso es sólo como *se llama*!_
>
> _Bueno, ¿cuál *es* entonces la canción?_ dijo Alicia, que a estas alturas estaba completamente aturdida.

A eso iba dijo el Caballero. _En realidad la canción *es* "Sentado en la cancela", y la música es cración propia_"

Lo mejor para evitar aturdimientos, especialmente cuando queremos referirnos a una palabra y no a aquello a lo que la palabra se refiere, es poner la palabra entre comillas simples (') cuando la ***mencionamos*** (hacemos referencia a ella misma) en lugar de ***usarla*** (hacemos referencia con ella a alguna cosa). Así, por ejemplo, la palabra *perro* nombra a los perros y el nombre de la palabra *perro* es 'perro'.

La palabra paradoja tiene varios sentidos, aunque, por los ejemplos que veremos quedará claro que nosotros llamaremos paradoja a una contradicción o a un absurdo al que llegamos a través de razonamientos correctos (no porque nos equivoquemos) y que se debe a que el lenguaje que utilizamos (sea natural o artificial) carece de precisión.

Hay libros enteros dedicados a las paradojas, pero nosotros nos limitaremos a ver unas pocas que nos sean de utilidad.

Tal vez la paradoja más antigua sea la llamada paradoja del mentiroso y también de Epiménides el Cretense. La formulación clásica de la paradoja dice que Epiménides, que era de Creta, afirmaba que todos los cretenses mentían. Nosotros la reformularemos de otra manera. Sea el enunciado:

(1) Este enunciado es falso,

¿(1) es verdadero o es falso? Si es verdadero, como dice de sí mismo que es falso, debe ser falso, lo cual es absurdo. Si es falso, lo que dice no es cierto, por lo que debe ser verdadero, lo que es también absurdo. Las dos únicas alternativas posibles nos conducen a un absurdo. He ahí la paradoja.

La paradoja de Epiménides nace del lenguaje común, pero otras se plantean en lenguajes más rigurosos. Vamos a ver como ejemplo la llamada paradoja de la teoría de conjuntos.

EXPRESIONES CONDICIONALES

Vamos a estudiar ahora un nuevo conector: el condicionador. Al hacerlo comprobaremos de nuevo las diferencias que existen entre el lenguaje natural y un lenguaje artificial construido con una finalidad específica. Hasta ahora nos hemos encontrado, p. ej. en el caso del negador, con que debíamos dejar de lado ciertos usos del lenguaje natural. En el caso del condicionador vamos a tener, además, que añadir al lenguaje lógico cosas de las que el lenguaje corriente no dispone (probablemente porque no las necesita).

Como todos los demás conectores diádicos, el condicionador actua sobre dos enunciados, pero como a diferencia del conyuntor y del disyuntor no es simétrico llamaremos de una manera especial a los dos miembros de una expresión condicional. Al primero de ellos lo llamaremos ***antecedente*** y al segundo haremos referencia como ***consecuente***.

Una expresión condicional traduce expresiones de la forma: "Cuando me toquen las quinielas me compraré un Ferrari" o "Si todos arrimamos el hombro entonces la cosa se arreglará" o incluso "Año de nieves, año de bienes". Examinemos los tres ejemplo. En el primero el antecedente es el enunciado que habla de que me van a tocar las quinielas y el consecuente el que dice que me compraré un Ferrari. Si al antecedente lo simbolizamos como a y al consecuente como b y dado que al condicionador lo representamos mediante el símbolo '$\rightarrow$' la expresión completa nos quedaría así: $\alpha \rightarrow \beta$ y lo leeríamos "si alfa entonces beta". Los otros dos ejempllos podrían simbolizarse igual, si nos damos cuenta de que los antecedentes respectivos son "todos arrimamos el hombro" y "Año de nieves" (Si un año nieva...) y sus consecuentes son respectivamente "la cosa se arreglará" y "año de bienes" (...será un buen año").

Aunque sea corriente expresar la relación de causa a efecto con enunciados de forma condicional, no debemos pensar que la relación que media entre antecedente y consecuente es la relación causal. Consideremos, pon-

"Jugaremos a la ruleta o al 'black jack', pero no a las dos cosas". Esta oración sí que sabemos simbolizarla con los conectores de que hasta ahora disponemos: $\neg$, $\wedge$ y $\vee$. Nos quedaría así:

$$(\alpha \vee \beta) \wedge \neg(\alpha \wedge \beta)$$

Los conjuntos están formados por elementos. El conjunto de los alumnos de una clase está formado por los alumnos de esa clase. A veces los elementos de un conjunto no son individuos, sino que son, a su vez, conjuntos. El conjunto de las clases de Instituto no está formado por alumnos, sino por conjuntos alumnos, por clases. Otro ejemplo puede ser el del conjunto de las Iglesias Cristianas. Los elementos de ese conjunto son Iglesias (la Católica, La Anglicana, la Anabaptista, etc.) pero no fieles. Si un conjunto puede tener como elementos a otros conjuntos podemos preguntarnos si es posible que un conjunto se contenga como elemento a sí mismo. Hay efectivamente conjuntos que cumplen tal condición. El conjunto de los conjuntos pensables, dado que él es también pensable, es uno de ellos. Los conjuntos que se contienen a sí mismos se llaman extraordinarios y los que no lo hacen se llaman ordinarios.

Pensemos ahora en el conjunto que tiene como elementos a todos los conjuntos ordinarios. ¿Es éste ordinario o extraordinario? Es decir, ¿se contiene a sí mismo como elemento o no? Examinemos las dos posibilidades. Supongamos que sea ordinario. Si lo es no puede contenerse a sí mismo, pero como es el conjunto de los conjuntos ordinarios debe contenerse a sí mismo, lo cual no tiene sentido. Supongamos ahora que sea extraordinario. Si lo es debe tenerse como elemento, pero todos sus elementos son ordinarios, lo cual es contradictorio.

¿Qué hacer con las paradojas? ¿Plantean problemas insolubles? En general, la "solución" a las paradojas pasa por reconocer que el lenguaje o la teoría en la que se plantean tienen una estructura que requiere que se impongan limitaciones o controles si queremos evitar que aparezcan paradojas. Así, en el caso de la paradoja del mentiroso la solución es reconocer la existencia en el lenguaje de diferentes niveles lingüísticos que no deben mezclarse, y en el caso de la teoría de conjuntos, las versiones actuales de la teoría impiden la aplicación del término conjunto en ciertos casos. La distinción entre distintos niveles de lenguaje es muy importante, y por ello vamos a verla con un poco más de detalle.

Cuando un grupo de estudiantes ingleses estudia latín lo hace en inglés. Con el inglés se refieren al latín. Ahora mismo nosotros estamos refiriéndonos al inglés y al latín mediante el castellano. Cuando con el inglés se habla del latín decimos que el inglés es ***metalenguaje*** y que el latín es el ***lenguaje objeto***. Cuando con el castellano nos referimos al inglés es el castellano el metalenguaje y el inglés el lenguaje objeto. Pero en estas líneas estamos hablando también sobre el castellano, ¿con qué metalenguaje? Con el propio castellano. Dentro de un lenguaje existen, pues, diversos niveles jerarquizados. Si los mezclamos corremos el riesgo de vernos envueltos en paradojas. Ese es el caso de la paradoja del mentiroso. Podríamos reformularla de la siguiente manera:

(2) El enunciado (2) es falso.

Vemos que se trata de un enunciado que hace referencia a sí mismo, con lo cual estaríamos mezclando lenguaje y metalenguaje, provocando así la paradoja. En lo sucesivo, hemos de tener siempre presente la existencia de distintos niveles lingüísticos, así como también que una palabra podemos tanto usarla como mencionarla.

RESEÑA BIOGRAFICA

LEWIS CARROLL. (1832-1898).

Pseudónimo literario de Charles Lutwidge Dodgson. Profesor de matemáticas y lógica en la Universidad de Oxford. Publicó diversas obras sobre estas materias sin apenas trascendencia. La fama universal la alcanzó como autor de cuentos infantiles. "Aventuras de Alicia en el País de las maravillas" y "Alicia al otro lado del espejo" son las más conocidas. Estos cuentos, además de su éxito como publicaciones infantiles, están llenos de referencias a la lógica que Lewis Carroll conocía y han dado lugar a comentarios filosóficos como, por ejemplo, "Alicia anotada para filósofos", del gran divulgador Martin Gardner. Fue también uno de los pioneros de la fotografía, destacando sus retratos de niñas pequeñas.

TABLA DE VERDAD DEL DISYUNTOR

a	b	$a \vee b$
V	V	V
F	V	V
V	F	V
F	F	F

¿Y si nos encontramos con una oración que tenga una disyunción excluyente? Podríamos definir un conector especial, pero vamos a ver que ello es innecesario, porque podemos "parafrasear" la disyunción excluyente con los conectores que ya conocemos. Como lo que a nosotros nos interesa de una expresión es en qué condiciones es verdadera y en cuáles no lo es, dos enunciados nos resultarán equivalentes (podríamos decir sinónimos) cuando sus tablas de verdad sean idénticas. Tenemos que buscar, pues, una fórmula que tenga la misma tabla de verdad que la disyunción excluyente, que es ésta:

TABLA DE VERDAD DEL DISYUNTOR EXCLUYENTE

a	b	$a \,\mathrm{aut}\, b$
V	V	F
F	V	V
V	F	V
F	F	F

Para conseguir una fórmula equivalente debemos fijarnos en que una expresión como "Jugaremos a la ruleta o al 'black jack'" (entendámosla en sentido excluyente) quiere decir que jugaremos a una de las dos cosas pero no a las dos a la vez. Es decir, que tiene el mismo significado que

EL DISYUNTOR

El signo que utilizaremos para referirnos al disyuntor es '$\vee$'. El disyuntor traduce algunos de los usos que tiene la conjunción 'o'. Para entender bien cuál es el significado preciso del disyuntor vamos primero a examinar cuáles son los sentidos principales que tiene 'o'.

Cuando decimos algo como "Actuarán Toreros muertos o La unión", de lo que estamos queriendo informar a nuestro interlocutor es de que se cumplirá (será cierta) alguna de estas tres cosas: que actúen sólo Toreros muertos, que actúe tan solo La unión o que actúen ambas bandas. Pero si, en cambio, decimos algo como "O merendamos chocolate con picatostes o bocadillos de jamón", lo que queremos dar a entender es que comeremos una de las dos cosas pero no las dos a la vez. En el primer caso (el de los grupos musicales) el enunciado es verdadero cuando los dos enunciados componentes son ambos verdaderos, pero en el segundo caso si los enunciados son verdaderos a la vez, el enunciado es falso. Los dos usos de 'o' se denominan respectivamente uso ***incluyente*** y uso ***excluyente***.

En algunas lenguas, como por ejemplo el latín, se usan incluso palabras distintas en ambos casos. Los latinos usaban '*vel*' cuando utilizaban el uso incluyente de la disyunción y '*aut*' para el uso excluyente. Nosotros entenderemos siempre la disyunción en su sentido incluyente (por eso su símbolo nos recuerda la inicial de '*vel*').

Como una disyunción sólo es falsa si los dos enunciados que la forman son falsos, su tabla de verdad es como sigue:

ENUNCIADOS SIMPLES Y COMPUESTOS

La lógica, ya se dijo, se ocupa de la forma de las oraciones del discurso descriptivo, a las que llamábamos enunciados. Pero a la hora de intentar estudiar la forma de los enunciados nos encontramos con la siguiente dificultad: ¿hasta dónde debemos profundizar en el análisis de los enunciados en busca de su forma lógica? Porque caben varios niveles de análisis. Por ejemplo, tomemos los enunciados siguientes:

1) Todos los mamíferos tienen pulmones y todas las aves ponen huevos.

2) Marcial es un excelso poeta y Asensi un futbolista magnífico.

¿Tienen los enunciados 1) y 2) la misma estructura? Podemos contestar que sí, si nos fijamos en que en ambos casos estamos ante dos oraciones simples unidas por la misma conjunción. Pero si atendemos, en cambio, a la forma de cada una de las oraciones simples de 1) y 2) tendremos que decir que 1) y 2) no tiene la misma forma. Hemos realizado dos análisis distintos de los dos enunciados compuestos. En el primero hemos detenido nuestro análisis sin entrar en el interior de los enunciados simples. En el segundo de los análisis no nos hemos detenido ahí, sino que hemos tomado en consideración la forma de los enunciados simples. Cuando la lógica se ocupa de la forma de los enunciados tomando como elemento último de análisis los enunciados simples sin pararse a considerar cuál sea su forma interna se denomina lógica de orden cero o lógica de enunciados. Es de ésta de la que nos ocuparemos principalmente.

En la lógica de orden cero se habla de enunciados atómicos y de enunciados moleculares. Un enunciado atómico se corresponde con una oración simple y se define como aquel enunciado que no tiene ninguna de sus partes que sea a su vez un enunciado.. La lógica de orden cero se ocupa sobre todo de las distintas formas en las que se pueden combinar los enunciados atómicos para formar enunciados moleculares y de las relaciones que existen entre todos ellos.

El lenguaje de la lógica debe ser un lenguaje preciso, que no dé lugar a equívocos. Uno de los caminos para poder conseguirlo es el uso de símbolos. Como en la lógica de orden cero vamos a necesitar referirnos a enunciados y a las partículas que les sirven de nexo de unión debemos contar con símbolos para ellos. Para referirnos a enunciados cualesquiera utilizaremos las letras minúsculas del alfabeto griego, ‘a’, ‘b’, ‘g’, etc., poniéndoles índices o subíndices si es que se nos acaban y necesitamos más. Las llamaremos variables de enunciado o variables enunciativas.

Así, por ejemplo, un enunciado como "Hace un sol espléndido" lo podríamos simbolizar así: a. Igualmente usaríamos una variable de enunciado para simbolizar oraciones como "Llueve", "Antiguamente los mozos con pies planos se libraban del servicio militar" o "La tasa de inflación ha descendido".

su verdad. Así, "Llovía y hacía calor" es verdadero o falso en las mismas ocasiones que "Llovía pero hacía calor", pero no refleja el matiz adversativo que ésta expresa. El lenguaje de la lógica, pues, no intenta (por lo menos en nuestro nivel) dar cuenta de toda la riqueza expresiva de los lenguajes naturales, sino sólo de hacer patente su estructura en lo que respecta a la verdad.

TABLA DE VERDAD DEL CONYUNTOR

a	b	$a \wedge b$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	F

Se puede apreciar que la tabla de verdad del conyuntor tiene cuatro filas en lugar de las dos que tenía la del negador. Esto es debido a que ahora estamos tratando con dos enunciados mientras que antes sólo teníamos que vérnoslas con uno. Un enunciado tiene dos valores de verdad, puede ser verdadero o falso, pero si consideramos a un mismo tiempo dos enunciados, las situaciones posibles son cuatro: que los dos sean verdaderos, que los dos sean falsos, que sea falso el primero y verdadero el segundo y que sea verdadero el primero y falso el segundo. El enunciado compuesto tendrá un valor de verdad para cada una de estas cuatro combinaciones posibles de valores de verdad.

En castellano hay otras dos formas posibles de construir un enunciado conjuntivo además de con la conjunción 'y'. El caso más patente es cuando utilizamos la conjunción 'e' por razones fonéticas. Pero hay otros más. Por ejemplo, podemos suprimir la conjunción y utilizar comas, como en "Llegué, ví, vencí" o incluso sin comas ("Al verla me enamoré"). Estos dos ejemplos quedarían formalizados así: $\alpha \wedge \beta \wedge \gamma$ y $\alpha \wedge \beta$, respectivamente.

También la conjunción adversativa 'pero' debemos traducirla por '$\wedge$'. En efecto, si nos dicen, por ejemplo, "Llovía pero hacía calor" nosotros entendemos que al mismo tiempo llovía y hacía calor. Este ejemplo último ilustra muy bien el hecho de que cuando simbolizamos un enunciado pretendemos reflejar únicamente aquellos aspectos del enunciado que tienen que ver con

EL NEGADOR

En el lenguaje corriente hay muchas formas de formar enunciados compuestos a partir de enunciados simples, pero como la lógica no intenta abarcar todos los matices expresivos que el lenguaje cotidiano tiene, sino sólo tratar con aquellos aspectos que tienen que ver con la verdad de los enunciados, sólo necesitamos unos pocos signos para referirnos a las palabras que sirven para convertir enunciados simples en compuestos.

La manera más sencilla de convertir un enunciado atómico en otro molecular es negándolo. En efecto, aunque una oración negativa como "Juan no viene a cenar" es una oración simple desde el punto de vista de la teoría gramatical, si nos fijamos bien en la definición de enunciado atómico, comprobaremos que no se ajusta a ella. Enunciado atómico es aquél que no tiene ninguna de sus partes que sea a su vez un enunciado. Y la expresión "Juan no viene a cenar" contiene el enunciado "Juan viene a cenar". Lasa oraciones negativas son, pues, enunciados moleculares.

Cuando simbolizamos un enunciado buscamos que quede reflejada su forma en la expresión simbólica. Poe eso, para simbolizar un enunciado negativo debemos hacerlo de manera que sea una cosa evidente que se trata de un enunciado compuesto. Así, lo que haremos será anteponer al enunciado que queramos negar el símbolo 'Ø', al que llamaremos ***negador***.

De este modo, si simbolizamos como a el enunciado "Juan vendrá a cenar", Øa simbolizaría "Juan no vendrá a cenar".

En el lenguaje común hay muchas formas de negar una oración, pero desde un punto de vista lógico todas son equivalentes al negador. De esta forma, enunciados como "Marcos no estuvo acertado en el remate", "No es verdad que te esté engañando" o "No es el caso que ande detrás de tí" son equivalentes en cuanto a su forma desde el punto de vista de la lógica.

Tampoco hay que dejarse engañar por algunas construcciones gramaticales con doble negación. Por ejemplo, "Fermín no canta tampoco" y "Fermín tampoco canta" son equivalentes, y pueden simbolizarse como Øa. Si intentamos simbolizar enunciados en catalán no tenemos que olvidar que en esta lengua la doble negación no funciona igual que en castellano. Así, poniendo un ejemplo como el anterior, "Toni no balla tampoc" equivale a "Toni tampoc no balla", ambas con dos negaciones, pero que lógicamente equivalen a una sola.

El efecto que el negador produce es el de cambiar el valor de verdad del enunciado al que afecta. Con otras palabras, si un enunciado es verdadero, su negación será un enunciado falso, mientras que si un enunciado es falso su negación será un enunciado verdadero.

Podemos representar este mediante una tabla como la siguiente (a las tablas de este tipo las llamaremos ***tablas de verdad***.):

TABLA DE VERDAD DEL NEGADOR

a	$\neg a$
V	F
F	V

El negador es la única forma que usaremos de formar un enunciado compuesto a partir de un solo enunciado. Pero no es la única posible. En el lenguaje corriente es la más usada, aunque podemos interpretar la expresión "Es verdad que" como una forma de construir un enunciado compuesto que no altera el valor de verdad del enunciado al que afecta.

EL CONYUNTOR

El conyuntor es el primero de los conectores diádicos que estudiaremos. Pero antes, ¿por qué hemos llamado al negador conector monádico, y nos referimos ahora al conyuntor como conector diádico? El negador es monádico porque afecta a un único enunciado, y el coyuntor (y otros que ya se verán) es diádico porque afecta a dos enunciados. Lo que hace el conyuntor es conectar dos enunciados, y por eso se le llama conector. El negador no conecta nada, pero también se le llama conector por analogía. La lógica de orden cero, o de enunciados, recibe también el nombre de lógica de conectores, porque estudia las formas en las que se pueden combinar los enunciados para conseguir nuevos enunciados.

El conyuntor tiene como su forma más usual en el lenguaje corriente la conjunción 'y'. El símbolo que a él se refiere es ‘$\wedge$’ y se lee precisamente "y". Así, una oración como "Me gustan la salsa y el rock" podríamos simbolizarla como $\alpha \wedge \beta$; refiriéndose la variable a al enunciado "Me gusta la salsa" y la variable b al enunciado "Me gusta el rock". $\alpha \wedge \beta$ se lee "alfa y beta" y refleja la forma de los enunciados conjuntivos.

Cuando dos enunciados quedan unidos por un conector, el enunciado resultante será verdadero o falso según sean verdaderos o falsos sus enunciados componentes. Esto se expresa diciendo que los conectores son funciones veritativas o funciones de verdad.

En el caso que nos ocupa, el conyuntor, el enunciado resultante, llamado enunciado conjuntivo o simplemente conjunción, es verdadero cuando los dos enunciados componentes son verdaderos y falso en los demás casos. Podemos reflejar esto por medio de la siguiente tabla: